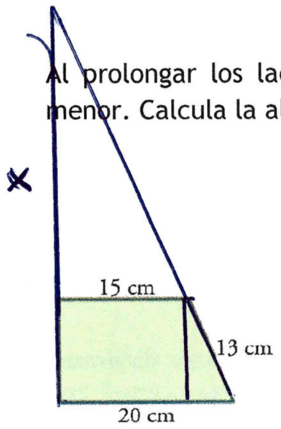
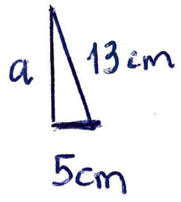
Apellidos y nombre

06/07/08: SEMEJANZA. TRIGONOMETRÍA. GEOMETRÍA ANALÍTICA B

Todos los ejercicios puntúan igual
Utiliza reglas para hacer los dibujos.

1. Al prolongar los lados no paralelos del siguiente trapecio se forma un triángulo sobre su base menor. Calcula la altura de dicho triángulo. Explica en qué te basas para hacer tus cálculos.

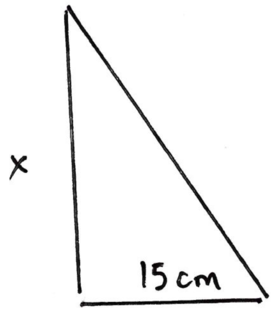




Pitágoras:

$13^2=5^2+a^2$

$169=25+a^2$; $a=\sqrt{144}=12cm$

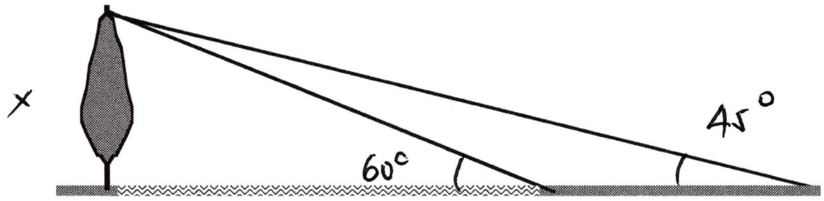


Tales:

$\frac{15}{5}=\frac{x}{12}$; $x=\frac{15\cdot 12}{5}=\boxed{36cm}$

Apellidos y nombre

2. Una persona situada a la orilla de un río divisa bajo un ángulo de 60° un árbol situado en la orilla opuesta. Al alejarse 50 mts este ángulo se reduce a 45°. Calcula la altura del árbol y la anchura del río.



$\longleftarrow y \longrightarrow \longleftarrow 50m \longrightarrow$

$$\begin{cases} tg\,60^\circ = \dfrac{x}{y} \\ tg\,45^\circ = \dfrac{x}{y+50} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \sqrt{3} = \dfrac{x}{y} \\ 1 = \dfrac{x}{y+50} \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} x = \sqrt{3}\,y \\ x = y+50 \end{array}$$

$$\sqrt{3}\,y = y + 50; \quad y(\sqrt{3}-1) = 50; \quad y = \frac{50}{\sqrt{3}-1} = \boxed{68'30\,m}$$

Anchura

$$x = \sqrt{3} \cdot 68'30 = \boxed{118'3\,m}$$

Altura.

Apellidos y nombre

3. Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas del ángulo cuyo coseno vale $\frac{\sqrt{3}}{2}$ y pertenece al 4° cuadrante. Justifica los resultados mediante fórmulas trigonométricas.

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \; ; \quad \cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = 1 \; ; \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \text{sen}^2\alpha = 1 \; ;$$

$$\frac{3}{4} + \text{sen}^2\alpha = 1 \; ; \quad \text{sen}^2\alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \; ; \quad \text{sen}\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

Apellidos y nombre

4. Hallar todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos A(-1, 2) y B(3, -6). Haz un dibujo de la recta.

$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (3; -6) - (-1; 2) = (4; -8)$

Vectorial: $\boxed{(x, y) = (-1, 2) + t(4, -8)}$

Paramétricas: $\boxed{\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 - 8t \end{cases}}$

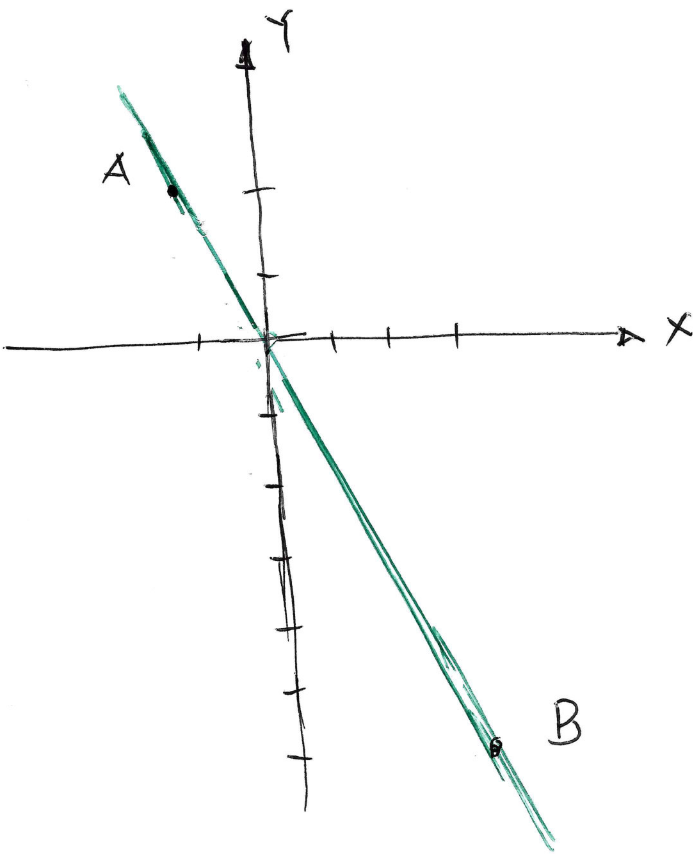
Continua: $\boxed{\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y-2}{-8}}$

General: $-8x - 8 = 4y - 8$; $-8x - 4y = 0$ $\quad -2x - y = 0$

$\boxed{2x + y = 0}$

Explícita: $\boxed{y = -2x}$

Punto-pendiente: $\boxed{y = 2 - 2(x+1)}$

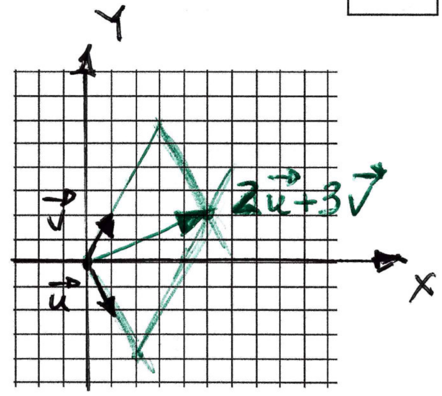


Apellidos y nombre

5. Dados los vectores $\vec{u}(1,-2)$ y $\vec{v}(1,2)$

a. Hallar el valor de sus módulos y de sus pendientes.

b. Hallar $2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$ analítica y geométricamente.



a) $|\vec{u}| = \sqrt{1^2+(-2)^2} = \boxed{\sqrt{5}}$

$m = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-2}{1} = \boxed{-2}$

$|\vec{v}| = \sqrt{1^2+2^2} = \boxed{\sqrt{5}}$

$m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{1} = \boxed{2}$

b) $2.\vec{u} + 3\vec{v} = 2(1;-2) + 3(1;2) = (2;-4) + (3;6) =$

$\boxed{=(5;2)}$

Apellidos y nombre

6. Sea el triángulo de vértices A (1, 1), B (0, -3) y C (5, -1).

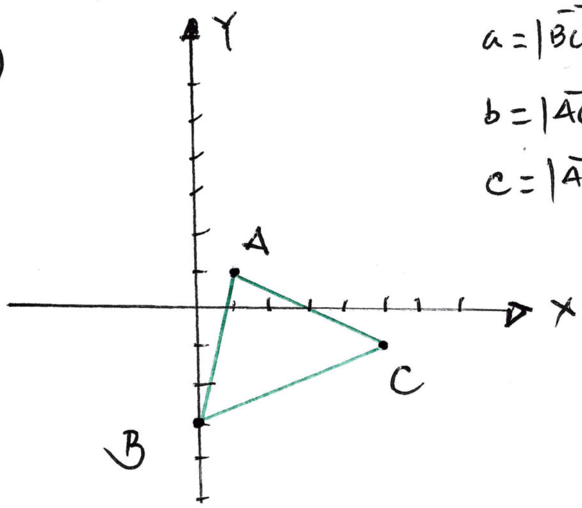
a) Dibújalo y halla su perímetro.

b) Ecuación general de la recta que pasa por el lado AB.

c) Ecuación explícita de la mediana que pasa por el vértice B. (Pasa por B y por el punto medio del lado opuesto)

d) Ecuación de la altura correspondiente al vértice B. (Pasa por B y es perpendicular al lado opuesto)

a)



$a = |\vec{BC}| = |(5;2)| = \sqrt{29}$

$b = |\vec{AC}| = |(4;-2)| = \sqrt{20}$

$c = |\vec{AB}| = |(-1;-4)| = \sqrt{17}$

$p = \sqrt{29} + \sqrt{20} + \sqrt{17} = \boxed{13'98}$

b) r_{AB} ; $\vec{v} = \vec{AB} = (-1;-4)$

$v_2 x - v_1 y + C = 0$; $-4x + y + C = 0$; $-4 \cdot 1 + 1 + C = 0$; $C = 3$

$\boxed{-4x + y + 3 = 0}$

c) $B(0;-3)$

$M = \left(\frac{a_1 + c_1}{2} ; \frac{a_2 + c_2}{2}\right) = \left(\frac{1+5}{2} ; \frac{1+(-1)}{2}\right) = (3,0)$

r_{BM} : $\vec{v} = \vec{BM} = (3,3)$; $m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{3} = 1$; $y = x + n$; $-3 = 0 + n$; $n = -3$

$\boxed{y = x - 3}$

d) $B(0;-3)$

$\vec{n} = \vec{AC} = (4;-2)$; $\vec{v}(2;4)$; $v_2 x - v_1 y + C = 0$; $4x - 2y + C = 0$

$4 \cdot 0 - 2 \cdot (-3) + C = 0$; $C = -6$; $4x - 2y - 6 = 0$; $\boxed{2x - y - 3 = 0}$